Das Auffinden aller möglichen pythagoreischen Tripel (x, y, z) mit ggT(x, y, z) = 1

von Mike Winkler (2001)

(1)

$$x^2 + y^2 = z^2$$

Es sei ggT(x, y, z) = 1. Somit können x und y nicht beide gerade sein. Es sei x ungerade.

Sei k eine ganze Zahl, 0 < k < x, so dass z = y + k gilt. Dann folgt aus (1)

(2)

$$x^2 + y^2 = (y + k)^2$$

Wir lösen (2) nach y auf

(3)

$$y = \frac{x^2}{2k} - \frac{k}{2}$$

Somit gilt für z

(4)

$$z = y + k = \frac{x^2}{2k} + \frac{k}{2}$$

Wir setzen (3) und (4) in (1) ein

(5)

$$x^2 + \left(\frac{x^2}{2k} - \frac{k}{2}\right)^2 = \left(\frac{x^2}{2k} + \frac{k}{2}\right)^2$$

Mit der Identität (5) erhalten wir für jede ungerade Zahl x alle möglichen positiven ganzzahligen Lösungen. Nämlich immer genau dann, wenn k echter Teiler von x^2 ist.

Darüber hinaus gewährt diese Darstellung einen tieferen Einblick in die Beschaffenheit der pythagoreischen Tripel. Sei n die Anzahl der Primfaktoren von x, so gibt es für jede Zahl x genau n Zahlen y und z.